Repetition övning 17

Man skiljer på två typer av strömning:

Inkompressibel strömning: $\rho = \frac{1}{v} = \text{konstant}$

Kompressibel strömning: ρ varierar

Kontinuitetsekvationen för *inkompressibel* strömning

$$w_1 \cdot A_1 = w_2 \cdot A_2 = w \cdot A = \dot{V} = \text{konstant}$$

Bernoullis ekvation med förlustterm *(Gäller endast för inkompressibel strömning)*:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2 + \frac{\Delta p_f}{\rho}$$

där: Δp_f = Friktionstryckfall + Engångstryckfall

$$\text{Friktionstryckfall} = f_1 \cdot \rho \cdot w^2 \cdot \frac{L}{d}$$

$$\text{Engångstryckfall} = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

där:

	f_1	: Friktionskoefficient, fås ur fig. 10.33, se även nedan.
	L	: Rörlängd
	d	: Rördiameter
	ζ	: Motståndstal, se sid 317-322.

För system sammansatt av rör med olika dimensioner se ekv. 10.20.

Man indelar ofta strömningen i strömningsformerna *Laminär* och *Turbulent* strömning. För att veta vilken strömningsform som råder beräknas Reynolds tal, Re.

Reynolds tal, Re: ”Dimensionslös hastighet”

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{w \cdot d \cdot \rho}{\mu}$$

där:

	ν	: Kinematisk viskositet
	μ	: Dynamisk viskositet

För *Rörströmning* gäller:

Re < 2300 => **Laminär strömning**. Karaktäriseras av ordnad, lugn strömning.

$$f_1 = \frac{32}{Re}$$

Re > 2300 => **Turbulent strömning**. Karaktäriseras av oordnad, kaotisk strömning.

$$f_1 = f\left(Re, \frac{y_s}{d}\right) \text{, fås ur fig. 10.33.}$$

där: y_s : Rörets ytråhet, se sid 317.

För turbulent strömning finns flera korrelationer för f_1, se t.ex. ekv. 10.31a-c.

Repetition övning 18-19

Kontinuitetsekvationen för *kompressibel* strömning:

$$w_1 \cdot A_1 \cdot \rho_1 = w_2 \cdot A_2 \cdot \rho_2 = w \cdot A \cdot \rho = \dot{m} = \text{konstant}$$

Hugoniots ekvation:

Förutsätter isentropiskt förlopp utan arbetsutbyte

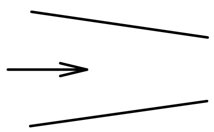
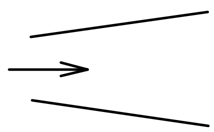
$$\frac{dA}{A} = \frac{dw}{w} \cdot \left(Ma^2 - 1\right)$$

där: $Ma = \frac{w}{a}$, a = ljudhastigheten.

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s} = \begin{Bmatrix} \text{ideal} \\ \text{gas} \end{Bmatrix} = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = \sqrt{\kappa \cdot p \cdot v}$$

Konsekvenser av Hugoniots ekvation:

$$\frac{dA}{A} \quad = \quad (Ma^2-1) \quad \cdot \quad \frac{dw}{w}$$

	Negativ	Ma > 1 => Positiv	Negativ => Retardation
		Ma < 1 => Negativ	Positiv => Acceleration
	Positiv	Ma > 1 => Positiv	Positiv => Acceleration
		Ma < 1 => Negativ	Negativ => Retardation

Vidare kan följande slutsatser dras:

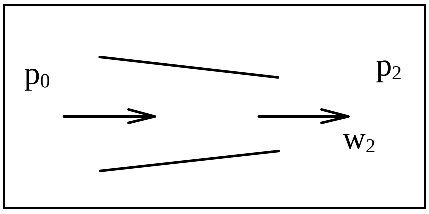
Om Ma = 1 => dA = 0.
Observera dock att dA = 0 inte alltid medför att Ma = 1. Se nedan.

Hastigheten i snittet x, i ett munstycke:
(Isentropt förlopp, Ideal gas)

$$w_x = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}$$

Kritiskt tryckförhållande, $\frac{p^*}{p_0}$ **:** tryckförhållande som accelererar en gas från stillastående till ljudhastighet.

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

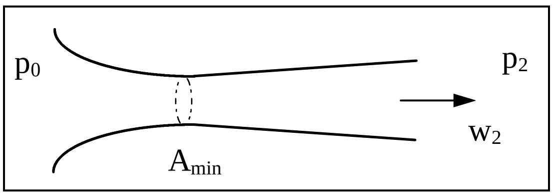


Om $\frac{p^*}{p_0}$ ³ $\frac{p_2}{p_0}$ fås Ma ³ 1.

För att få Ma > 1 krävs ett **de Laval-munstycke**, bestående av en konvergerande kanal följt av en divergerande kanal.

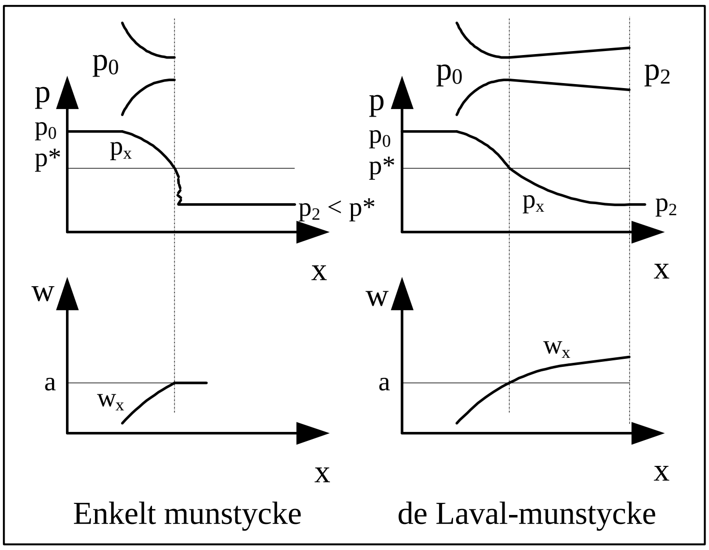
Enkelt munstycke

Ett s.k. **Enkelt munstycke** har endast en konvergerande kanal, därför *kan aldrig hastigheter högre än ljudhastigheten erhållas*. Om *p^* ³ p_2 fås ljudhastighet vid utloppet*, d.v.s. $w_2 = a$. Om $p_2 > p^*$ uppnås aldrig ljudhastigheten.



de Laval-munstycke

Om de Laval-munstycket är riktigt dimensionerat (dvs på så sätt att inga stötförluster uppstår i kanalen) och $p^* > p_2$ uppnås Ma > 1 i utloppet, vidare är Ma = 1 vid dA = 0, dvs vid A_{min}.



Expansionsförlopp i munstycken (fig. 10.70)

Medieflöde:

$$\dot{m} = A_x \cdot \psi_x \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}}$$

$$\psi_x = \sqrt{\frac{2\cdot\kappa}{\kappa-1} \cdot \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}$$

I minsta sektionen (dvs vid A_{min}):

$$\psi^* = \sqrt{\kappa \cdot \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}$$

Dimensionering av de Laval-munstycke:

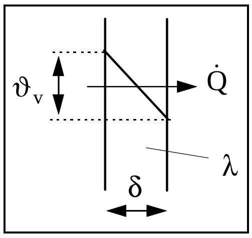
$$A_{min} = \frac{\dot{m} \cdot \sqrt{R \cdot T_0}}{\psi^* \cdot p_0}$$

$$\frac{A_x}{A_{min}} = \frac{\psi^*}{\psi_x} = f\left(\kappa, \frac{p_x}{p_0}\right)$$, fås ur fig. 10.73.

Repetition övning 20-21

Olika typer av värmetransporter:

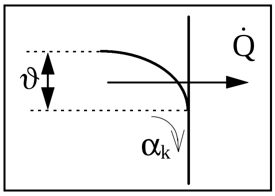
Ledning: (i fasta eller ”stillastående” medier)



$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot A \cdot \vartheta_v$$

λ	: Värmeledningstal
δ	: Mediets tjocklek (i värmetransportens riktning)
A	: Värmeöverförande area (vinkelrätt mot värmetransportriktningen)
ϑ_v	: Temperaturdifferens

Konvektion: (värmetransport genom omblandning av strömmande medier)



$$\dot{Q} = \alpha_k \cdot A \cdot \vartheta$$

α_k : Värmeövergångstal

Beroende av hur omblandningen sker skiljer man på två typer av konvektion:

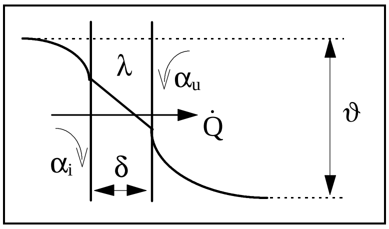
Egenkonvektion: (omblandningen sker genom självcirkulation, dvs genom densitetsskillnader)
Påtvingad konvektion: (omblandningen orsakad av t.ex. pumpar, fläktar mm)

Strålning: (värmetransport genom elektromagnetisk strålning, ”värmestrålning”)

$$\dot{Q} = \alpha_s \cdot A \cdot \vartheta = \alpha_s \cdot A \cdot (t_1 - t_2)$$

α_s : Fiktivt värmeövergångstal = f(t_1, t_2, geometri, emissionstal)

För värmetransport genom en vägg gäller:



$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \vartheta$$

k	: Värmegenomgångstal
ϑ	: Total temperaturdifferens

Värmegenomgångstalet för en plan vägg bestående av flera skikt beräknas enligt:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_i \left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_i + \frac{1}{\alpha_u}$$

För cylindriska och sfäriska väggar bestående av flera skikt gäller:

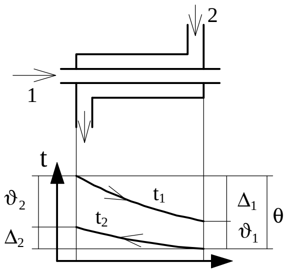
$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \sum_i \left(\frac{\delta}{\lambda \cdot A_m}\right)_i + \frac{1}{\alpha_u \cdot A_u}$$

där: $A_m = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (r_y - r_i)}{\ln(r_y / r_i)}$; $\qquad A_m = 4 \cdot \pi \cdot r_y \cdot r_i$

Cylindrisk vägg ; Sfärisk vägg

Värmeväxlare (vvx) kan indelas i tre kategorier:

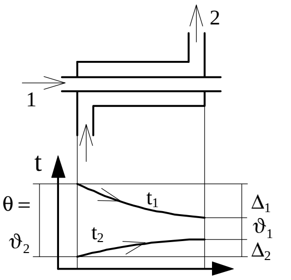
- Rekuperativa
- Regenerativa, t.ex. Ljungströmförvärmaren
- Evaporativa, t.ex. Kyltorn



Motströmsvärmeväxlare

De rekuperativa vvx kan indelas i:

- Motströmsvvx
- Medströmsvvx
- Korsströmsvvx



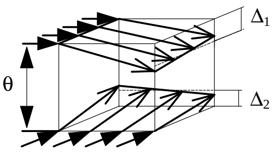
Medströmsvärmeväxlare

Vid beräkningar på vvx gäller följande samband:

$$\dot{Q} = (\dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta)_1 = (\dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta)_2$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \vartheta_m$$

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\ln(\vartheta_1 / \vartheta_2)}$$



Korsströmsvärmeväxlare

Temperaturverkningsgraderna definieras:

$$\eta_1 = \frac{\Delta_1}{\theta} \qquad \eta_2 = \frac{\Delta_2}{\theta}$$

Inför: $\dot{W}_1 = (\dot{m} \cdot c_p)_1$ $\quad$ $\dot{W}_2 = (\dot{m} \cdot c_p)_2$

Varvid: $\eta_1 = \eta_2 \cdot \dfrac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1}$

Bilda: $\left.\begin{array}{l} X = \dfrac{k \cdot A}{\dot{W}_1} = ... \\ \\ Y = \dfrac{\dot{W}_1}{\dot{W}_2} = ... \end{array}\right\}$ varvid η_1 och η_2 fås grafiskt eller analytiskt.

<u>Grafiskt:</u>
Motström: η_1 och η_2 ur fig. 11.25
Medström: η_1 och η_2 ur fig. 11.28
Korsström: η_1 och η_2 ur fig. 11.31

<u>Analytiskt:</u>
Motström: η_1 ur ekv 11.25
Medström: η_1 ur ekv 11.28
Korsström: Använd grafisk lösningsmetod!

Repetition övning 22

Dimensionslösa tal:

Reynolds tal, Re: ”Dimensionslös hastighet”

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu}$$

w	: Medelhastighet
d	: Karaktäristisk längd (vid rörströmning: rördiametern)
ν	: Kinematisk viskositet (för det strömmande mediet)

Nusselts tal, Nu: ”Dimensionslöst värmeövergångstal”

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

α	: Värmeövergångstal
d	: Karaktäristisk längd (vid rörströmning: rördiametern)
λ	: Värmeledningstal (för det strömmande mediet)

Prandtls tal, Pr: ”Dimensionslös ämneskonstant”

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}$$

μ	: Dynamisk viskositet (för det strömmande mediet)
c_p	: Specifik värmekapacitet (för det strömmande mediet)
λ	: Värmeledningstal (för det strömmande mediet)

Påtryckt konvektion:

Turbulent strömning : Re > 2300 (Rörströmning)

$$Nu = 0{,}023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$$

Laminär strömning : Re < 2300 (Rörströmning)

$$Nu_{ln} = f(Gz) \text{ (fig 11.77)} \qquad Gz = \frac{\dot{m} \cdot c_p}{\lambda \cdot L}$$: Graetz tal

Egenkonvektion:

Grashofs tal, Gr: ”Dimensionslös hastighet vid egenkonvektion”

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot H^3}{\nu^2}$$

g	: Tyngdaccelerationen (= 9,81 m/s²)
β	: Volymsutvidgningskoefficienten (för ideala gaser är $\beta = 1/T_{film}$)
Δt	: Temperaturdifferens mellan yta och omgivning ($\Delta t = t_{yta} - t_m$)
H	: Karaktäristisk längd (oftast höjden)
ν	: Kinematisk viskositet vid t_{film}

$$t_{film} = \frac{t_{yta} + t_m}{2}$$

Laminär egenkonvektion, vertikal platta : $10^4 < Gr \cdot Pr < 10^8$: $\alpha_l = k_l \cdot \left(\frac{\Delta t}{H}\right)^{1/4}$

Turbulent egenkonvektion, vertikal platta: $10^8 < Gr \cdot Pr < 10^{12}$: $\alpha_t = k_t \cdot \Delta t^{1/3}$

k_l och k_t fås ur tab 11.82 (vid t_{film}). Vid egenkonvektion kan strålning EJ försummas ! Se tillägg om strålning.

Repetition övning 23-24

Relativ fuktighet, j:

Def: $\varphi = \dfrac{p_å}{p''_å}$

$p_å$: Vattenångans partialtryck i luften.
$p''_å$: Vattenångans mättnadstryck vid luftens temperatur (tab. 7.81a eller ekv. 12.06).

Vatteninnehåll, x: (ej att förväxla med ånghalt !)

Def: $x = \dfrac{m_{H_2O}}{m_L} = \dfrac{m_å}{m_L}$ [kg H_2O/kg torr luft]

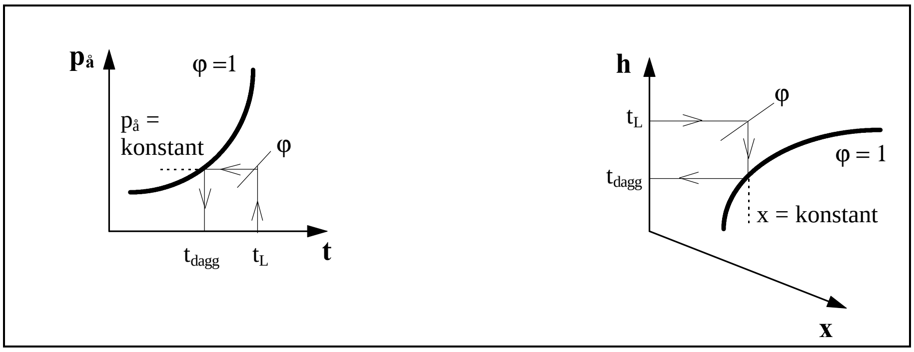
$m_å$: Massan av vattenånga i luften
m_L : Massan av torr luft

$$x = \begin{Bmatrix} \text{ideala} \\ \text{gaslagen} \end{Bmatrix} = \frac{M_å}{M_L} \cdot \frac{p_å}{p_{tot} - p_å} = 0{,}622 \cdot \frac{p_å}{p_{tot} - p_å}$$

Entalpi för fuktig luft h_{1+x}: [kJ/kg torr luft]

$$h_{1+x} = h_L + x \cdot h_å = t \cdot c_{p,L} + x \cdot \left(r + c_{p,å} \cdot t\right) = \begin{Bmatrix} \text{ideal gas} \\ c_{p,L} = 1 \text{ kJ / kg} \\ r = 2500 \text{ kJ / kg} \\ c_{p,å} = 1{,}86 \text{ kJ / kg} \end{Bmatrix} = t + x \cdot \left(2500 + 1{,}86 \cdot t\right)$$

Daggpunkt: Den temperatur vid vilken $p''_å = p_å$, dvs den temperatur då vatten utfälls.

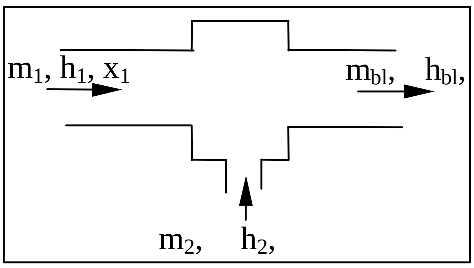


Blandningsförlopp: Sökt: h_{bl}, x_{bl}, m_{bl}
<u>Analytiskt:</u>

Torr luft: $m_{bl} = m_1 + m_2$

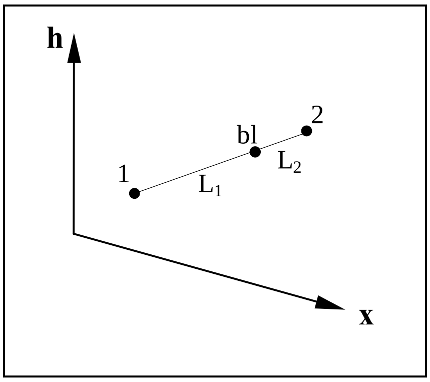
Vatteninnehåll: $x_{bl} = \dfrac{(m \cdot x)_1 + (m \cdot x)_2}{m_{bl}}$

Entalpi: $h_{bl} = \dfrac{(m \cdot h)_1 + (m \cdot h)_2}{m_{bl}}$



Blandningsförlopp

Blandningsförlopp, forts.



Grafiskt (hävstångsregeln):

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_{bl} - x_2}{x_1 - x_{bl}} = \frac{h_{bl} - h_2}{h_1 - h_{bl}}$$

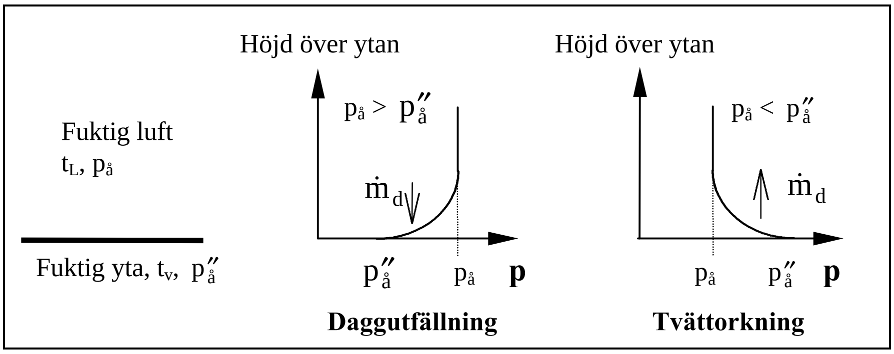
Genom likformighet inser man att blandningspunkten ligger på en rät linje mellan 1 och 2. Mät upp sträckan ($L_1 + L_2$).

$L_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left(L_1 + L_2\right)$, varvid blandningspunkten lätt kan prickas in i diagrammet och h_{bl} och x_{bl} avläsas.

Värmetillförsel:

$$Q = m_L \cdot \left(h_1 - h_2\right) \qquad [\text{kJ}]$$

$$q = h_1 - h_2 \qquad [\text{kJ/kg torr luft}]$$



Diffusion:

Båda fall innebär fas-ändring på vattnet:

$$\dot{Q}_d = \dot{m}_d \cdot r$$

$$r = \left(h'' - h'\right)$$

r : ångbildningsvärmet

Man vill beskriva masstransporten (diffusionen) på följande form:

$$\dot{m}_d = \delta \cdot A \cdot \left(p_å'' - p_å\right) = \beta \cdot A \cdot \left(\rho_å'' - \rho_å\right) = \sigma \cdot A \cdot \left(x'' - x\right)$$

Där δ, β och σ är olika s.k. massövergångstal (jämför med värmeövergångstal). Relationen mellan massövergångstalen kan, om man antar att den fuktiga luften är en ideal gas, skrivas:

$$\delta \cdot \left(p_å'' - p_å\right) = \beta \cdot \left(\frac{p_å''}{R_å \cdot T} - \frac{p_å}{R_å \cdot T}\right) \approx \sigma \cdot \frac{M_å}{M_L} \cdot \frac{\left(p_å'' - p_å\right)}{p_{L,m}}$$

$p_{L,m}$: Medelvärde av torra luftens partialtryck invid ytan och i omgivningen.

Lewis samband:

$$\sigma = \frac{\alpha_{kw}}{c_{p,\,1+x}},$$

$c_{p,\,1+x}$: Fuktiga luftens specifika värmekapacitet

Bäckströms samband:

$$\frac{\alpha_d}{\alpha_{kw}} = \text{konst} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

Fås genom parallellförflyttning av linjer i fig. 12.13b.

Totalt överförd värmeeffekt (konvektion, diffusion och strålning) ges av:

$$\dot{Q}_{tot} = \left[\alpha_{kw} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_d}{\alpha_{kw}}\right) + \alpha_s\right] \cdot A \cdot \Delta t,$$

α_d : Diffusionsvärmeövergångstal.